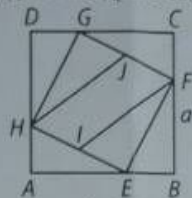


VII РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (ML 52/1) У троуглу ABF је $BF = \frac{1}{2}AB = 7\text{cm}$ [5 бодова] и $AF = BF\sqrt{3} = 7\sqrt{3}\text{cm}$ [5 бодова], па је $FD = AD - AF = 2\sqrt{3}\text{cm}$ [5 бодова]. Површина правоугаоника $BEDF$ је $14\sqrt{3}\text{cm}^2$ [5 бодова].
2. (ML 52/1) Означимо страницу датог квадрата са a (слика).



Тада помоћу Питагорине теореме одређујемо страницу b четвороугла $EFGH$ (који је очигледно такође квадрат): из $b^2 = \left(\frac{1}{3}a\right)^2 + \left(\frac{2}{3}a\right)^2 = \frac{5}{9}a^2$ следи $b = \frac{a\sqrt{5}}{3}$ [5 бодова]. Четвороугао $HIFJ$ је паралелограм са основицом HI једнаком половини странице квадрата $EFGH$ и висином једнаком тој страници, па је његова површина P једнака половини површине квадрата $EFGH$ [5 бодова]. Дакле,

$$P = \frac{1}{2}b^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{a\sqrt{5}}{3}\right)^2 = \frac{5}{18}a^2 = 40\text{cm}^2 \text{ [5 бодова]}, \text{ одакле је } a^2 = 144\text{cm}^2 \text{ и } a = 12\text{cm} \text{ [5 бодова]}.$$

3. (ML 52/1) $\sqrt{\frac{9}{4}-2} - \frac{4}{2} : \frac{9}{4} + \frac{1}{\frac{3}{2}}$ [5 бодова] $= \frac{1}{2} - \frac{1}{8} + \frac{2}{9} + \frac{2}{3}$ [5 бодова] =

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{18} + \frac{2}{9} = \frac{10}{9} \text{ [10 бодова]}.$$

4. $|x - \sqrt{2}| - \sqrt{5} = \pm\sqrt{2}$; $|x - \sqrt{2}| = \sqrt{5} \pm \sqrt{2}$ (обе вредности су позитивне);
 $x - \sqrt{2} = \pm(\sqrt{5} \pm \sqrt{2})$. Једначина има 4 решења:

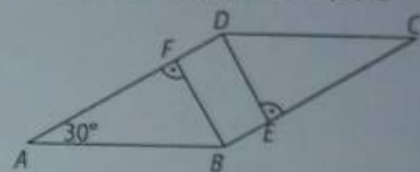
$$x \in \{\sqrt{5} + 2\sqrt{2}, \sqrt{5}, -\sqrt{5} + 2\sqrt{2}, -\sqrt{5}\}.$$

[Свако тачно решење: 5 бодова; свако нетачно решење -3 бода, с тим да укупан збир не буде негативан.]

5. На основу неједнакости троугла, за трећу страницу c важи $1 < c < 7$, тј. $c \in \{2, 3, 4, 5, 6\}$ [5 бодова]. За $c = 5$ тај троугао је правоугли, а за $c \in \{3, 4\}$ је оштроугли [5 бодова]. Због $2^2 + 3^2 < 4^2$ и $3^2 + 4^2 < 6^2$, за $c \in \{2, 6\}$ троугао је тупоугли [5 бодова]. Задатак има два решења: $O = 9\text{cm}$ или $O = 13\text{cm}$ [5 бодова].

VII РАЗРЕД

1. На слици је приказан паралелограм $ABCD$. Из темена B и D конструисане су нормале BF и DE на наспрамне странице. Израчунај површину четвороугла $BEDF$ ако је $AB = 14\text{cm}$ и $AD = 9\sqrt{3}\text{cm}$.



2. Тачке E, F, G и H припадају, тим редом, страницама AB, BC, CD, DA квадрата $ABCD$ тако да је $AE = 2EB, BF = 2FC, CG = 2GD$ и $DH = 2HA$. Тачке I и J су средишта дужи HE и FG , редом. Ако је површина четвороугла $HIFJ$ једнака 40cm^2 , израчунај страницу квадрата $ABCD$.

3. Израчунај вредност израза $\sqrt{x-2} - \frac{\sqrt{(x-2)^2}}{2} : \sqrt{x^2} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ за $x = \frac{9}{4}$.

4. Колико решења има једначина $||x - \sqrt{2}| - \sqrt{5}| = \sqrt{2}$? Одреди сва решења.

5. Дужине страница (изражене у центиметрима) тупоуглог троугла су цели бројеви. Ако две странице имају дужине 3cm и 4cm, израчунај обим тог троугла.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 120 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.